

# S-Parameter vs. Übertragungsfunktion

Version: 0.0.1  
Datum: 22.04.2019  
Autor: Werner Dichler

## Inhalt

Inhalt.....	1
Begriffserklärung .....	2
Übertragungsfunktion.....	2
S-Parameter .....	2
Zwei-Tor.....	2
Übertragungsfunktion aus S-Parameter .....	3
S-Paramter aus Übertragungsfunktion .....	3
Simulationen.....	4
Beweis durch Simulation .....	4
Entkoppelung des Ausganges.....	5
Vollständige Entkoppelung .....	6

## Begriffserklärung

### Übertragungsfunktion

$$TF = \frac{U_{out}}{U_{in}} \dots \begin{array}{l} \text{Ausgangsspannung} \\ \text{zu} \\ \text{Eingangsspannung} \end{array}$$

Die Übertragungsfunktion (Transfer Function ... TF) oder Systemfunktion beschreibt mathematisch den Bezug zwischen Eingangssignal und Ausgangssignal eines Systems. Mit Hilfe der Systemfunktion lässt sich zu jedem Eingangssignal das Ausgangssignal ermitteln. Das hier betrachtete System besteht aus einer elektronischen Schaltung, im speziellen ein Zwei-Tor (1 Eingangs- und 1 Ausgangs-Tor ... 2 Eingangs- und 2 Ausgangsanschlüsse).

### S-Parameter

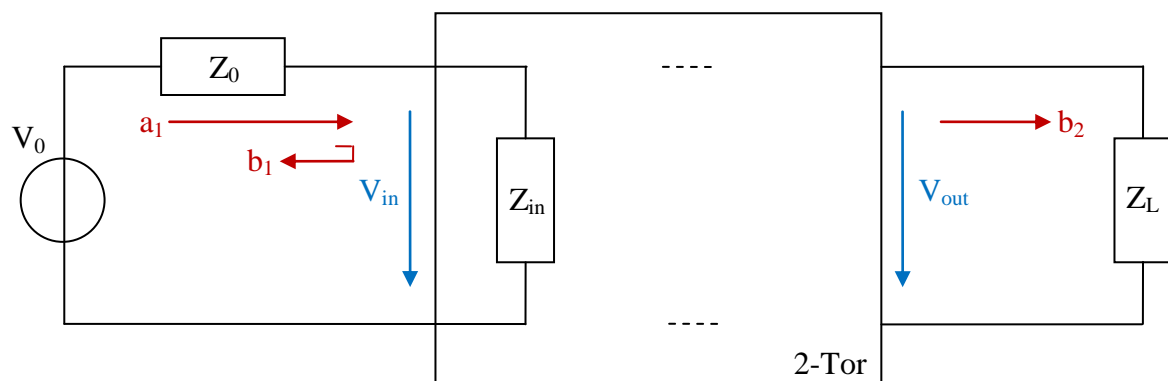
$$S_{21} = \left. \frac{b_2}{a_1} \right|_{a_2=0} \dots \begin{array}{l} \text{übertragene Welle} \\ \text{zu} \\ \text{eingehende Welle} \end{array} \left. \vphantom{\frac{b_2}{a_1}} \right|_{\text{ohne Anregung am Ausgang}}$$

$$S_{11} = \left. \frac{b_1}{a_1} \right|_{a_2=0} \dots \begin{array}{l} \text{reflektierte Welle} \\ \text{zu} \\ \text{eingehende Welle} \end{array} \left. \vphantom{\frac{b_1}{a_1}} \right|_{\text{ohne Anregung am Ausgang}}$$

Die Streuparameter (Scattering Parameter ... S-Parameter) beschreiben den Amplituden- und Phasen-Bezug zwischen einer eingehenden und übertragenen/reflektierten Welle. In der HF-Technik werden sie oft verwendet um ein Zwei-Tor zu beschreiben bzw. zu vermessen (z.B. mittels VNWA (Vector Network Analyzer)).

- |                     |   |  |
|---------------------|---|--|
| S <sub>21</sub> ... | (Vorwärts-) Übertragungsfaktor<br>(Quelle an Tor 1, Empfänger an Tor 2) | Übertragung von Eingang zu Ausgang<br>ohne Anregung am Ausgang |
| S <sub>11</sub> ... | (Eingangs-) Reflektionsfaktor<br>(Quelle an Tor 1, Empfänger an Tor 1)  | Reflektion am Eingang ohne Anregung<br>am Ausgang              |

### Zwei-Tor



## Übertragungsfunktion aus S-Parameter

Mit  $S_{21}$  erhält man den Bezug von Eingangswelle und Ausgangswelle, wobei die reflektierte Welle nicht betrachtet wird. Bei korrekt abgeschlossenem Eingang ( $Z_{in} = Z_0$ ) stimmt  $S_{21}$  mit der Übertragungsfunktion überein. Falls  $Z_{in}$  ungleich  $Z_0$  ist, wird am Eingang eine Welle reflektiert.  $S_{21}$  beschreibt aber weiterhin den Übertragungsfaktor mit korrekt abgeschlossenem Eingang. Somit muss man die reflektierte Welle noch selbst einbeziehen, um wieder auf die Übertragungsfunktion schließen zu können.

$$S_{21} = \frac{V_{out}}{V_{in-matched}}$$

$$V_0 = V_{in-matched} \cdot 2$$

$$V_{in} = V_0 \frac{Z_{in}}{Z_{in} + Z_0} = V_{in-matched} \frac{2 \cdot Z_{in}}{Z_{in} + Z_0}$$

$$TF = \frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{V_{out}}{V_{in-matched} \frac{2 \cdot Z_{in}}{Z_{in} + Z_0}} = \frac{V_{out} \cdot (Z_{in} + Z_0)}{V_{in-matched} \cdot 2 \cdot Z_{in}} = S_{21} \frac{Z_{in} + Z_0}{2 \cdot Z_{in}}$$

$$Z_{in} = Z_0 \frac{1 + S_{11}}{1 - S_{11}}$$

$$TF = S_{21} \frac{Z_0 \frac{1 + S_{11}}{1 - S_{11}} + Z_0}{2 \cdot Z_0 \frac{1 + S_{11}}{1 - S_{11}}} = S_{21} \frac{\frac{1 + S_{11}}{1 - S_{11}} + 1}{2 \frac{1 + S_{11}}{1 - S_{11}}} = S_{21} \frac{1 + \frac{1 - S_{11}}{1 + S_{11}}}{2}$$

## S-Parameter aus Übertragungsfunktion

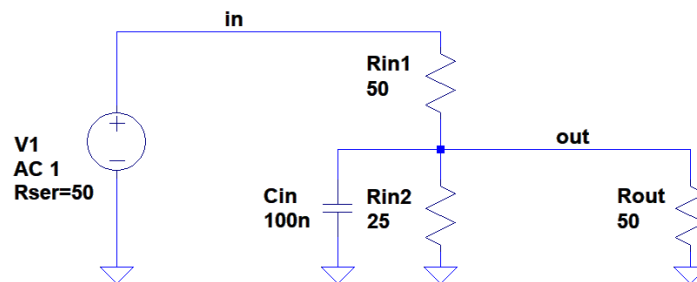
Durch Umformen der oberen Formeln kann man auch die S-Parameter aus Werten der Übertragungsfunktion und Eingangsimpedanz berechnen.

$$S_{21} = \frac{V_{out}}{V_{in}} \cdot \frac{2 \cdot Z_{in}}{Z_{in} + Z_0}$$

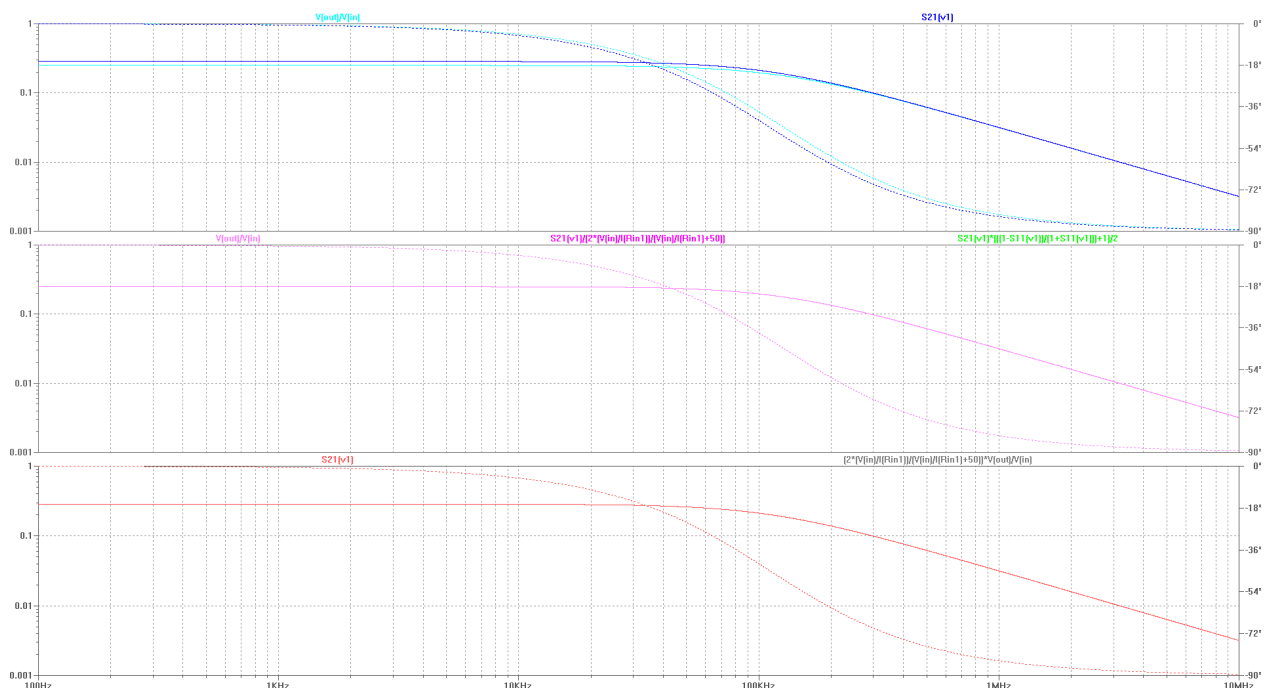
$$S_{11} = \frac{Z_{in} - Z_0}{Z_{in} + Z_0}$$

## Simulationen

### Beweis durch Simulation

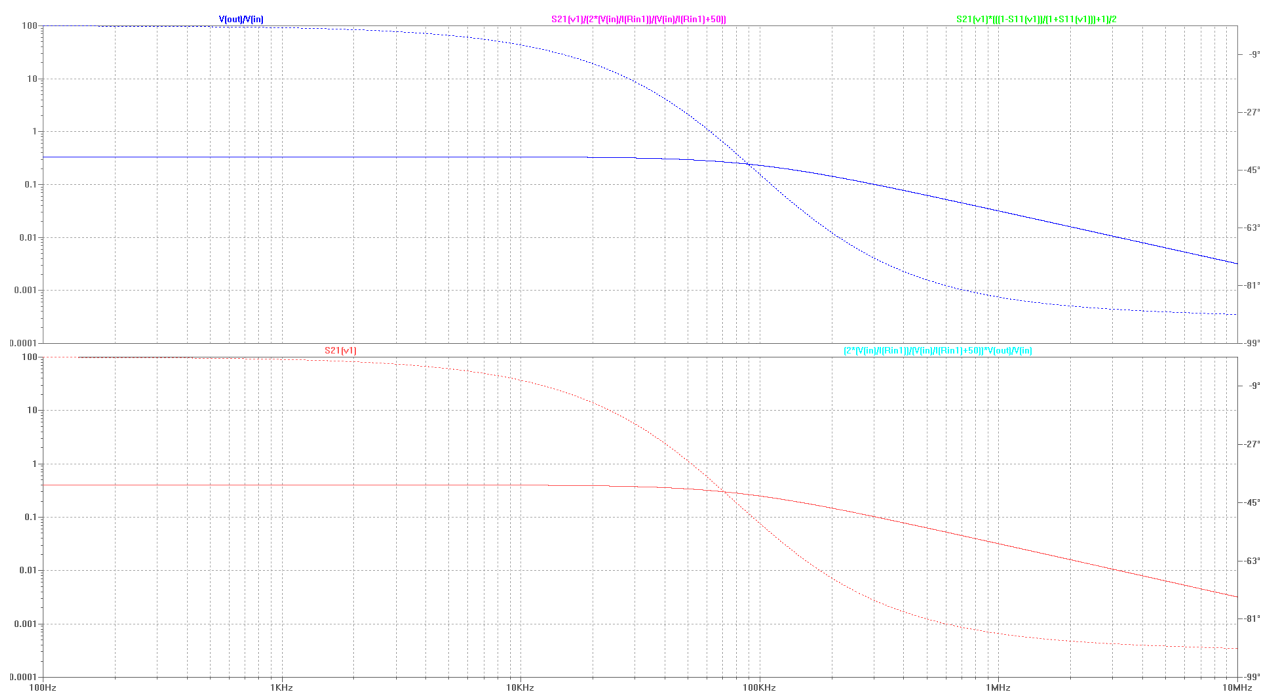
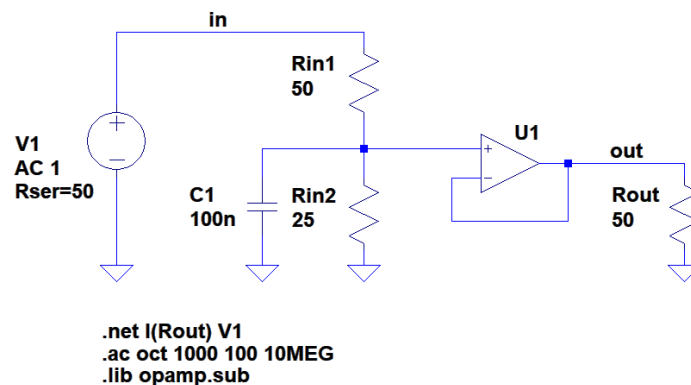


```
.net I(Rout) V1
.ac oct 1000 100 10MEG
.lib opamp.sub
```



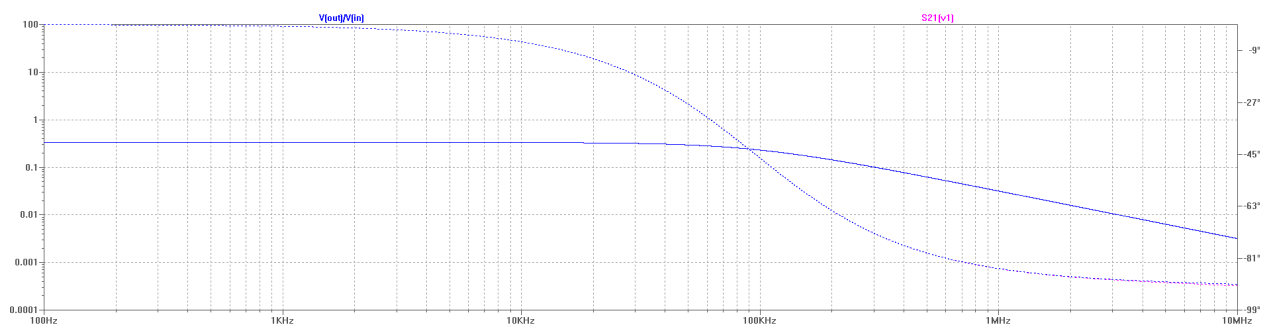
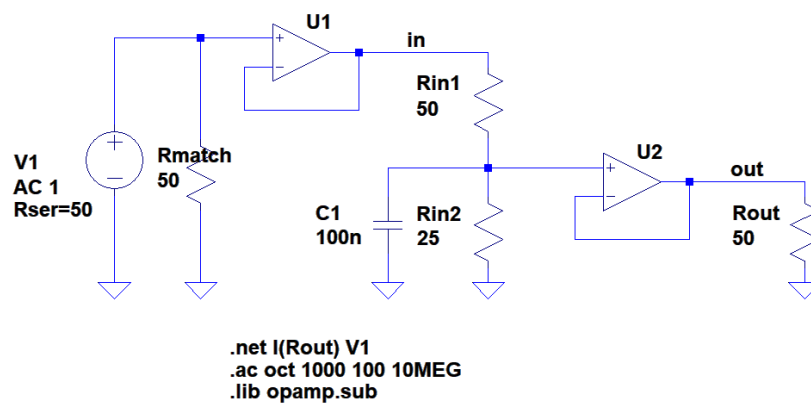
Beim ersten Plot-Fenster sieht man, dass S21 mit der Übertragungsfunktion nicht übereinstimmt. Bei dem zweiten Plot-Fenster wird die Übertragungsfunktion dargestellt. Hierbei ist erkenntlich, dass die berechnete Ausgabe aus den S-Parametern komplett übereinstimmt. Die Kurven überlagern sich vollständig. Bei dem dritten Plot-Fenster wird S21 dargestellt. Wieder stimmen die berechneten Ausgaben aus der Übertragungsfunktion und der Eingangsimpedanz überein.

## Entkoppelung des Ausganges



Damit das Zwei-Tor am Ausgang nicht mit  $50\Omega$  belastet wird, kann man die Messung auch mit einem Spannungsfolger durchführen. Die Operationsverstärker-Schaltung besitzt einen sehr hohen Eingangswiderstand und belastet den Zwei-Tor fast nicht. Des Weiteren könnte vor dem Spannungsfolger auch ein anderer Lastwiderstand angebracht werden. Somit käme das Verhalten dieser Messung dem Verhalten im realen Einsatz bereits ziemlich nahe.

## Vollständige Entkoppelung



Durch das Entkoppeln des Einganges erhält man mit der S21 Messung direkt die Übertragungsfunktion. Die VNWA Ausgangsbuchse wird mit  $50\Omega$  belastet. Die Entkoppelung wird wieder mit einem Spannungsfolger erreicht. Dadurch wird die Eingangswelle nicht reflektiert und  $V_{in}$  ist gleich  $V_{in-matched}$ .

Der Spannungsfolger vor der VNWA Eingangsbuchse dient zum Entkoppeln des Zwei-Tor Ausgangs. Somit wird der Zwei-Tor Ausgang nicht mit dem VNWA Eingangswiderstand belastet.